

5 - समान्तर श्रेणी

उदाहरण-1 AP $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, \dots$ के लिए प्रथम पद एवं सार्वन्तर लिखिए।

हल:-

$$\begin{aligned}d &= \frac{3}{2} \quad , \quad d = a_2 - a_1 \\&= \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \\&= \frac{1-3}{2} \\&= \boxed{-1}\end{aligned}$$

उदाहरण-2 संख्याओं की निम्नलिखित सूचियों में कौन-कौन से AP नहीं हैं? यदि इनमें कोई AP है तो उसके अगले दो पद लिखिए।

(i) 4, 10, 16, 22,

$$\begin{aligned}d &= a_2 - a_1 = 10 - 4 = 6 \\d &= a_3 - a_2 = 16 - 10 = 6 \\d &= a_4 - a_3 = 22 - 16 = 6\end{aligned}$$

d का मान समान है अतः यह AP है।

अगले (2) पद →

$$\begin{aligned}a_5 &= 22 + 6 = 28 \\a_6 &= 28 + 6 = 34\end{aligned}$$

(ii) 1, -1, -3, -5,

$$\begin{aligned}d &= a_2 - a_1 = -1 - 1 = -2 \\d &= a_3 - a_2 = -3 - (-1) = -3 + 1 = -2 \\d &= a_4 - a_3 = -5 - (-3) = -5 + 3 = -2\end{aligned}$$

d का मान समान है अतः यह AP है।

अगले (2) पद →

$$\begin{aligned}a_5 &= (-5) + (-2) = -7 \\a_6 &= (-7) + (-2) = -9\end{aligned}$$

(iii) $-2, 2, -2, 2, -2$ -----

$$d = a_2 - a_1 = 2 - (-2) = 4$$

$$d = a_3 - a_2 = -2 - 2 = -4$$

d का मान समान नहीं है अतः यह AP नहीं है।

(iv) $1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3$ -----

$$d = a_2 - a_1 = 1 - 1 = 0$$

$$d = a_3 - a_2 = 1 - 1 = 0$$

$$d = a_4 - a_3 = 2 - 1 = 1$$

d का मान समान नहीं है अतः यह AP नहीं है।

प्रश्नावली - 5.1

प्रश्न-1 निम्नलिखित स्थितियों में से किन स्थितियों में संवद्ध संख्याओं की सूची AP है और क्यों?

(i) प्रत्येक किमी के वाद का टैक्सी का किराया, जबकि प्रथम किलोमीटर के लिए किराया 15 रुपये हैं और प्रत्येक अतिरिक्त किलोमीटर के लिए किराया 8 रुपये हैं।

हल:-

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{पहला पद} &= 15 = a_1 \\ \Rightarrow \text{दूसरा पद} &= 2 \text{ Km का किराया} = 15 + 8 = 23 = a_2 \\ \Rightarrow \text{तीसरा पद} &= 15 + 8 + 8 = 31 = a_3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = 23 - 15 = 8$$

$$\Rightarrow d = a_3 - a_2 = 31 - 23 = 8$$

$$15, 23, 31, 39, \dots$$

(ii) किसी वेलन में उपस्थित हवा की मात्रा, जबकि वायु निकालने वाला पम्प प्रत्येक बार वेलन की शेष हवा का $\frac{1}{4}$ भाग बाहर निकाल देता है।

हल:-

$$\Rightarrow \text{पहला पद} = 100 \text{ (माना)}$$

$$\Rightarrow \text{खींची गई हवा} = \frac{100}{4} = 25$$

$$\Rightarrow \text{दूसरा पद} = 100 - 25 = 75$$

$$\Rightarrow \text{बाहर निकाली गई हवा} = \frac{1}{4}(75) = \frac{75}{4}$$

$$\Rightarrow \text{तीसरा पद} = \frac{75}{1} - \frac{75}{4} = \frac{300 - 75}{4} = \frac{225}{4}$$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = 75 - 100 = -25$$

$$\Rightarrow d = a_3 - a_2 = \frac{225}{4} - 75 = \frac{225 - 300}{4}$$

$\Rightarrow d$ का मान समान नहीं है अतः यह AP नहीं है।

(iii) प्रत्येक मीटर की खुदाई के बाद, एक कुआ खोदने में आई लागत, जबकि प्रथम मीटर खुदाई की लागत 150 रुपये हैं और बाद में प्रत्येक मीटर खुदाई की लागत 50 रुपये बढ़ती जाती है।

हल:-

$$\Rightarrow a_1 = 150$$

$$\Rightarrow a_2 = 150 + 50 = 200$$

$$\Rightarrow a_3 = 150 + 50 + 50 = 250$$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = 200 - 150 = 50$$

$$\Rightarrow d = a_3 - a_2 = 250 - 200 = 50$$

$\Rightarrow d$ का मान समान है अतः यह AP है।

(iv) खाते में प्रत्येक वर्ष का मिश्रधन, जबकि 10,000 रुपये की राशी 8% वार्षिक दर से चक्रवृद्धि ब्याज पर जमा की जाती है।

हल:-

$$\Rightarrow a_1 = 1 \text{ वर्ष का मिश्रधन}$$

$$\Rightarrow a_2 = 2 \text{ वर्ष का मिश्रधन}$$

$$\Rightarrow a_3 = 3 \text{ वर्ष का मिश्रधन}$$

$$\text{मिश्रधन} = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T$$

$$P = 10000, R = 8$$

$$\Rightarrow a_1 = 1 \text{ वर्ष का मिश्रधन}$$

$$\Rightarrow a_1 = 10000 \left(1 + \frac{8}{100}\right)^1 = 10800$$

$$\Rightarrow a_2 = 2 \text{ वर्ष का मिश्रधन}$$

$$\Rightarrow a_2 = 10000 \left(1 + \frac{8}{100}\right)^2 = 11664$$

$$a_3 = 3 \text{ वर्ष का मिश्रधन}$$

$$\Rightarrow a_3 = 10000 \left(1 + \frac{8}{100}\right)^3 = 12597.12$$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = 11664 - 10800 = 864$$

$$\Rightarrow d = a_3 - a_2 = 12597.12 - 11664 = 933.12$$

d का मान समान नहीं है अतः यह AP नहीं है।

प्रश्न-2 दी गई AP के प्रथम 4 पद लिखिए, जबकि प्रथम पद a और सार्वअन्तर d निम्नलिखित हैं।

(i) $a = 10, d = 10$

$$\Rightarrow a_1 = 10$$

$$\Rightarrow a_2 = a_1 + d = 10 + 10 = 20$$

$$\Rightarrow a_3 = a_2 + d = 20 + 10 = 30$$

$$\Rightarrow a_4 = a_3 + d = 30 + 10 = 40$$

(ii) $a = -2, d = 0$

$$\Rightarrow a_1 = -2$$

$$\Rightarrow a_2 = a_1 + d = -2 + 0 = -2$$

$$\Rightarrow a_3 = a_2 + d = -2 + 0 = -2$$

$$\Rightarrow a_4 = a_3 + d = -2 + 0 = -2$$

(iii) $a = 4, d = -3$

$$\Rightarrow a_1 = 4$$

$$\Rightarrow a_2 = a_1 + d = 4 + (-3) = 4 - 3 = 1$$

$$\Rightarrow a_3 = a_2 + d = 1 + (-3) = 1 - 3 = -2$$

$$\Rightarrow a_4 = a_3 + d = -2 + (-3) = -2 - 3 = -5$$

(iv) $a = -1, d = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow a_1 = -1$$

$$\Rightarrow a_2 = a_1 + d = -1 + \frac{1}{2} = \frac{-2+1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow a_3 = a_2 + d = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

$$\Rightarrow a_4 = a_3 + d = 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

(v) $a_1 = -1.25, d = -0.25$

$$\Rightarrow a_1 = -1.25$$

$$\Rightarrow a_2 = a_1 + d = -1.25 - 0.25 = -1.5$$

$$\Rightarrow a_3 = a_2 + d = -1.5 - 0.25 = -1.75$$

$$\Rightarrow a_4 = a_3 + d = -1.75 - 0.25 = -2$$

प्रश्न-3 निम्नलिखित में से प्रत्येक AP के लिए प्रथम पद तथा सार्वअन्तर लिखिए :-

(i) $3, 1, -1, -3, \dots$

$$\Rightarrow a_1 = 3$$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = 1 - 3 = -2$$

(ii) $-5, -1, 3, 7, \dots$

$$\Rightarrow a_1 = -5$$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = (-1) - (-5) = -1 + 5 = 4$$

(iii) $\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{9}{3}, \frac{13}{3}, \dots$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = \frac{5}{3} - \frac{1}{3} = \frac{5-1}{3} = \frac{4}{3}$$

(iv) $0.6, 1.7, 2.8, 3.9, \dots$

$$\Rightarrow a_1 = 0.6$$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = 1.7 - 0.6 = 1.1$$

प्रश्न-4 निम्नलिखित में से कौन-कौन AP हैं? यदि कोई AP है, तो इसका सार्वअन्तर ज्ञात कीजिए और इसके 3 और पद लिखिए।

(i) $2, 4, 8, 16, \dots$

$$d = a_2 - a_1 = 4 - 2 = 2$$

$$d = a_3 - a_2 = 8 - 4 = 4$$

d का मान समान नहीं है अतः यह AP नहीं है।

$$(ii) 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2} \dots$$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = \frac{5}{2} - \frac{2}{1} = \frac{5-4}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow d = a_3 - a_2 = \frac{3}{1} - \frac{5}{2} = \frac{6-5}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow d = a_4 - a_3 = \frac{7}{2} - \frac{3}{1} = \frac{7-6}{2} = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow d$ का मान समान है अतः यह AP है।

अगले ③ पद \rightarrow

$$\Rightarrow a_5 = a_4 + d = \frac{7}{2} + \frac{1}{2} = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\Rightarrow a_6 = a_5 + d = 4 + \frac{1}{2} = \frac{8+1}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow a_7 = a_6 + d = \frac{9}{2} + \frac{1}{2} = \frac{9+1}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$(iii) -1.2, -3.2, -5.2, -7.2, \dots$$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = (-3.2) - (-1.2) = -3.2 + 1.2 = -2$$

$$\Rightarrow d = a_3 - a_2 = (-5.2) - (-3.2) = -5.2 + 3.2 = -2$$

$$\Rightarrow d = a_4 - a_3 = (-7.2) - (-5.2) = -7.2 + 5.2 = -2$$

$\Rightarrow d$ का मान समान है अतः यह AP है।

अगले ③ पद \rightarrow

$$\Rightarrow a_5 = a_4 + d = -7.2 - 2 = -9.2$$

$$\Rightarrow a_6 = a_5 + d = -9.2 - 2 = -11.2$$

$$\Rightarrow a_7 = a_6 + d = -11.2 - 2 = -13.2$$

(iv) $-10, -6, -2, 2, \dots$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = -6 - (-10) = -6 + 10 = 4$$

$$\Rightarrow d = a_3 - a_2 = -2 - (-6) = -2 + 6 = 4$$

$$\Rightarrow d = a_4 - a_3 = 2 - (-2) = 2 + 2 = 4$$

d का मान समान है अतः यह AP है।

अगले ③ पद \rightarrow

$$\Rightarrow a_5 = a_4 + d = 2 + 4 = 6$$

$$\Rightarrow a_6 = a_5 + d = 6 + 4 = 10$$

$$\Rightarrow a_7 = a_6 + d = 10 + 4 = 14$$

(v) $3, 3+\sqrt{2}, 3+2\sqrt{2}, 3+3\sqrt{2}, \dots$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = 3 + \sqrt{2} - 3 = \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow d = a_3 - a_2 &= (3 + 2\sqrt{2}) - (3 + \sqrt{2}) = 3 + 2\sqrt{2} - 3 - \sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow d = a_4 - a_3 &= (3 + 3\sqrt{2}) - (3 + 2\sqrt{2}) \\ &= 3 + 3\sqrt{2} - 3 - 2\sqrt{2} \\ &= \sqrt{2}\end{aligned}$$

$\Rightarrow d$ का मान समान है अतः यह AP है।

अगले ③ पद \rightarrow

$$\Rightarrow a_5 = a_4 + d = 3 + 3\sqrt{2} + \sqrt{2} = 3 + 4\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow a_6 = a_5 + d = 3 + 4\sqrt{2} + \sqrt{2} = 3 + 5\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow a_7 = a_6 + d = 3 + 5\sqrt{2} + \sqrt{2} = 3 + 6\sqrt{2}$$

(vi) $0.2, 0.22, 0.222, 0.2222, \dots$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = 0.22 - 0.2 = 0.02$$

$$\Rightarrow d = a_3 - a_2 = 0.222 - 0.22 = 0.002$$

$\Rightarrow d$ का मान समान नहीं है अतः यह AP नहीं है।

(vii) $0, -4, -8, -12, \dots$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = -4 - 0 = -4$$

$$\Rightarrow d = a_3 - a_2 = -8 - (-4) = -8 + 4 = -4$$

$$\Rightarrow d = a_4 - a_3 = -12 - (-8) = -12 + 8 = -4$$

$\Rightarrow d$ का मान समान है अतः यह AP है।

अगले ③ पद \rightarrow

$$\Rightarrow a_5 = a_4 + d = -12 - 4 = -16$$

$$\Rightarrow a_6 = a_5 + d = -16 - 4 = -20$$

$$\Rightarrow a_7 = a_6 + d = -20 - 4 = -24$$

(viii) $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{5}, \dots$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = \left(-\frac{1}{3}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 0$$

$$\Rightarrow d = a_3 - a_2 = \left(-\frac{1}{4}\right) - \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = 0$$

$$\Rightarrow d = a_4 - a_3 = \left(-\frac{1}{5}\right) - \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{5} + \frac{1}{4} = 0$$

$\Rightarrow d$ का मान समान है अतः यह AP है।

अगले ③ पद \rightarrow

$$\Rightarrow a_5 = a_4 + d = -\frac{1}{2} + 0 = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow a_6 = a_5 + d = -\frac{1}{2} + 0 = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow a_7 = a_6 + d = -\frac{1}{2} + 0 = -\frac{1}{2}$$

(ix) $1, 3, 9, 27, \dots$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$$

$$\Rightarrow d = a_3 - a_2 = 9 - 3 = 6$$

d का मान समान नहीं है अतः यह AP नहीं है।

(X) $a, 2a, 3a, 4a, \dots$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = 2a - a = a$$

$$\Rightarrow d = a_3 - a_2 = 3a - 2a = a$$

$$\Rightarrow d = a_4 - a_3 = 4a - 3a = a$$

$\Rightarrow d$ का मान समान है अतः यह AP है।

अगले ③ पद \rightarrow

$$\Rightarrow a_5 = a_4 + d = 4a + a = 5a$$

$$\Rightarrow a_6 = a_5 + d = 5a + a = 6a$$

$$\Rightarrow a_7 = a_6 + d = 6a + a = 7a$$

(xi) a, a^2, a^3, a^4, \dots

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = a^2 - a = a(a-1)$$

$$\Rightarrow d = a_3 - a_2 = a^3 - a^2 = a^2(a-1)$$

d का मान समान नहीं है अतः यह AP नहीं है।

(xii) $\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \sqrt{32}, \dots$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = \sqrt{8} - \sqrt{2} = \sqrt{4 \times 2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow d = a_3 - a_2 = \sqrt{18} - \sqrt{8} = \sqrt{9 \times 2} - \sqrt{4 \times 2} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow d = a_4 - a_3 = \sqrt{32} - \sqrt{18} = \sqrt{16 \times 2} - \sqrt{9 \times 2} = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$\Rightarrow d$ का मान समान है अतः यह AP है।

अगले ③ पद \rightarrow

$$\Rightarrow a_5 = a_4 + d = \sqrt{32} + \sqrt{2} = \sqrt{16 \times 2} + \sqrt{2} = 4\sqrt{2} + \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow a_6 = a_5 + d = 5\sqrt{2} + \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow a_7 = a_6 + d = 6\sqrt{2} + \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

(xiii) $\sqrt{3}, \sqrt{6}, \sqrt{9}, \sqrt{12}, \dots$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = \sqrt{6} - \sqrt{3} = (\sqrt{6} - \sqrt{3})$$

$$\Rightarrow d = a_3 - a_2 = \sqrt{9} - \sqrt{6} = (3 - \sqrt{6})$$

$\Rightarrow d$ का मान समान नहीं है अतः यह AP नहीं है।

(xiv) $1^2, 3^2, 5^2, 7^2, \dots$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = 3^2 - 1^2 = 9 - 1 = 8$$

$$\Rightarrow d = a_3 - a_2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$$

$\Rightarrow d$ का मान समान नहीं है अतः यह AP नहीं है।

(xv) $1^2, 5^2, 7^2, 73, \dots$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = 5^2 - 1^2 = 25 - 1 = 24$$

$$\Rightarrow d = a_3 - a_2 = 7^2 - 5^2 = 49 - 25 = 24$$

$$\Rightarrow d = a_4 - a_3 = 73 - 7^2 = 73 - 49 = 24$$

$\Rightarrow d$ का मान समान है अतः यह AP है।

अगले (3) पद \rightarrow

$$\Rightarrow a_5 = a_4 + d = 73 + 24 = 97$$

$$\Rightarrow a_6 = a_5 + d = 97 + 24 = 121$$

$$\Rightarrow a_7 = a_6 + d = 121 + 24 = 145$$

उदाहरण-3 AP: 2, 7, 12, का 10 वाँ पद ज्ञात करो।

हल:- $a_1 = 2$

$$d = a_2 - a_1 = 7 - 2 = 5$$

$$10 \text{ वाँ पद} = ??, \quad n = 10, \quad a_{10} = ??$$

$$n \text{ वाँ पद, } a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow a_{10} = 2 + (10-1)5$$

$$\Rightarrow a_{10} = 2 + 9(5)$$

$$\Rightarrow a_{10} = 2 + 45$$

$$\Rightarrow \boxed{a_{10} = 47}$$

उदाहरण-4 AP: 21, 18, 15, का कौन-सा पद -81 है? साथ ही क्या इस AP का कोई पद शून्य है? संस्करण उत्तर दीजिए।

हल:- $a_1 = 21$

$$d = a_2 - a_1 = 18 - 21 = -3$$

$$n \text{ वाँ पद, } a_n = -81, \quad n = ??$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow -81 = 21 + (n-1)(-3)$$

$$\Rightarrow -81 - 21 = (n-1)(-3)$$

$$\Rightarrow -102 = (n-1)(-3)$$

$$\Rightarrow \frac{-102}{-3} = n-1$$

$$\Rightarrow 34 = n-1$$

$$\Rightarrow 34 + 1 = n$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 35}$$

$$a_n = 0, \quad a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 0 = 21 + (n-1)(-3)$$

$$\Rightarrow -21 = (n-1)(-3)$$

$$\Rightarrow \frac{-21}{-3} = n-1$$

$$\Rightarrow 7 = n-1$$

$$\Rightarrow 7 + 1 = n$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 8}$$

AP का 8 वाँ पद शून्य है।

उदाहरण-5 वह AP निर्धारित कीजिए जिसका तीसरा पद 5 और 7 वाँ पद 9 है।

हल:-

$$a_3 = 5, \quad a_7 = 9, \quad a, d = ??$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$n=3$$

$$\Rightarrow a_3 = a + (3-1)d$$

$$\Rightarrow \boxed{5 = a + 2d} \quad - ①$$

$$n=7$$

$$\Rightarrow a_7 = a + (7-1)d$$

$$\Rightarrow \boxed{9 = a + 6d} \quad - ②$$

समीकरण ② - समीकरण ① \Rightarrow

$$\begin{array}{r} a + 6d = 9 \\ a + 2d = 5 \\ \hline 4d = 4 \end{array}$$

$$\Rightarrow d = \frac{4}{4} = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{d = 1}$$

समीकरण ① से \rightarrow

$$\Rightarrow 5 = a + 2(1)$$

$$\Rightarrow 5 = a + 2$$

$$\Rightarrow 5 - 2 = a$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 3}$$

$$AP \Rightarrow 3, 4, 5, 6, \dots\dots\dots$$

उदाहरण-6 क्या संख्याओं की सूची 5, 11, 17, 23 का कोई पद 301 है? और क्यों?

हल:-

$$a = 5, \quad a_n = 301$$

$$d = a_2 - a_1 = 11 - 5 = 6$$

n वाँ पद,

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$301 = 5 + (n-1)6$$

$$\Rightarrow 301 - 5 = (n-1) 6$$

$$\Rightarrow 296 = (n-1) 6$$

$$\Rightarrow \frac{296}{6} = n-1$$

$$\Rightarrow \frac{148}{3} = n-1$$

$$\Rightarrow \frac{148}{3} + 1 = n$$

$$\Rightarrow n = \frac{148}{3} + 1$$

$$\Rightarrow n = \frac{148+3}{3}$$

$$\Rightarrow \boxed{n = \frac{151}{3}}$$

यहाँ n का मान धनात्मक पूर्णांक नहीं है।

अतः इस AP का कोई भी पद 301 नहीं है।

उदाहरण-7 दो अंको वाली कितनी संख्याएँ 3 से विभाज्य हैं?

दो अंको वाली संख्या $\rightarrow 10, 11, 12, 13, 14, \dots, 99$

3 से भाज्य $\rightarrow 12, 15, 18, 21, \dots, 99$

$$a_1 = 12, a_n = 99, n = ??$$

$$d = a_2 - a_1 = 15 - 12 = 3$$

$$n \text{ वीं पद, } a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 99 = 12 + (n-1) 3$$

$$\Rightarrow 99 - 12 = (n-1) 3$$

$$\Rightarrow 87 = (n-1) 3$$

$$\Rightarrow \frac{87}{3} = n-1$$

$$\Rightarrow 29 = n-1$$

$$\Rightarrow 29 + 1 = n$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 30}$$

उदाहरण-8 AP : 10, 7, 4, - - - - -, -62 का अन्तिम पद से (प्रथम पद की ओर)
॥ वाँ पद ज्ञात कीजिए।

हल:-

$$\begin{array}{c} 10, 7, 4, - - - - -, -62 \\ \Downarrow \\ -62, - - - - -, 4, 7, 10 \end{array}$$

$$a_1 = -62, a_n = ??, n = 11$$

$$d = a_2 - a_1 = 10 - 7 = 3$$

n वाँ पद,

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow a_{11} = -62 + (11-1)3$$

$$\Rightarrow a_{11} = -62 + 10(3)$$

$$\Rightarrow a_{11} = -62 + 30$$

$$\Rightarrow a_{11} = -32$$

उदाहरण-9 1000 रुपये की धनराशि 8% वार्षिक साधारण व्याज पर निवेश की जाती है। प्रत्येक वर्ष के अन्त में व्याज परिकलित कीजिए। क्या ये व्याज AP बनाते हैं? यदि ऐसा है, तो इस तथ्य का प्रयोग करते हुए 10 वर्षों के अन्त में व्याज परिकलित कीजिए।

हल:-

$$\text{साधारण व्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{समय} \times \text{दर}}{100}$$

$$\text{मूलधन} = 1000 \text{ रुपये, दर} = 8\%$$

$$\Rightarrow \text{पहले वर्ष के अन्त में व्याज} = \frac{1000 \times 1 \times 8}{100} = 80 \text{ रुपये}$$

$$\Rightarrow \text{दूसरे वर्ष के अन्त में व्याज} = \frac{1000 \times 2 \times 8}{100} = 160 \text{ रुपये}$$

$$\Rightarrow \text{तीसरे वर्ष के अन्त में व्याज} = \frac{1000 \times 3 \times 8}{100} = 240 \text{ रुपये}$$

⋮

$$80, 160, 240, - - - - -$$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1 = 160 - 80 = 80$$

$$\Rightarrow d = a_3 - a_2 = 240 - 160 = 80$$

$$a_1 = 80, a_n = ??, n = 30, d = 80$$

n वीं पद,

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow a_{30} = 80 + (30-1)80$$

$$\Rightarrow a_{30} = 80 + (29)(80)$$

$$\Rightarrow a_{30} = 80(1+29)$$

$$\Rightarrow a_{30} = 80 \times 30$$

$$\Rightarrow a_{30} = 2400 \text{ रुपये}$$

उदाहरण-10 फूलों की बगारी की एक पंक्ति में 23 गुलाब के पौधे हैं, दूसरी पंक्ति में 21 गुलाब के पौधे हैं, तीसरी पंक्ति में 19 गुलाब के पौधे हैं, इत्यादि। उसकी अन्तिम पंक्ति में 5 गुलाब के पौधे हैं। इस बगारी में कुल कितनी पंक्तियाँ हैं?

हल:-

$$23, 21, 19, \dots, 5$$

$$a_1 = 23$$

$$d = a_2 - a_1 = 21 - 23 = -2$$

$$n \text{ वीं पद, } a_n = 5, n = ??$$

$$\Rightarrow a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 5 = 23 + (n-1)(-2)$$

$$\Rightarrow 5 - 23 = (n-1)(-2)$$

$$\Rightarrow -18 = (n-1)(-2)$$

$$\Rightarrow \frac{-18}{-2} = n-1$$

$$\Rightarrow 9 = n-1$$

$$\Rightarrow 9+1 = n$$

$$\Rightarrow n = 10$$

प्रश्न-1 निम्नलिखित सारणी में रिक्त स्थान भरिए

	a	d	n	a_n
(i)	7	3	8
(ii)	-18	10	0
(iii)	-3	18	-5
(iv)	-18.9	2.5	...	3.6
(v)	3.5	0	105

(i) हल:-

$$a = 7, \quad d = 3, \quad n = 8, \quad a_n = ??$$

$$n^{\text{वाँ}} \text{ पद} = a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow a_n = 7 + (8-1)3$$

$$\Rightarrow a_n = 7 + 7(3)$$

$$\Rightarrow a_n = 7 + 21$$

$$\Rightarrow \boxed{a_n = 28}$$

(ii) हल:-

$$a = -18, \quad d = ??, \quad n = 10, \quad a_n = 0$$

$$n^{\text{वाँ}} \text{ पद} = a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 0 = -18 + (10-1)d$$

$$\Rightarrow 18 = 9d$$

$$\Rightarrow \frac{18}{9} = d$$

$$\Rightarrow \boxed{2 = d}$$

(iii) हल:-

$$a = ??, \quad d = -3, \quad n = 18, \quad a_n = -5$$

$$n^{\text{वाँ}} \text{ पद} = a_n = a + (n-1)d$$

$$-5 = a + (18-1)(-3)$$

$$-5 = a + 17(-3)$$

$$\begin{aligned}
 -5 &= a - 51 \\
 -5 + 51 &= a \\
 \boxed{a} &= \boxed{46}
 \end{aligned}$$

(iv) हल:-

$$a = -18.9, \quad d = 2.5, \quad n = ??, \quad a_n = 3.6$$

$$n\text{वाँ पद} = a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 3.6 = -18.9 + (n-1)2.5$$

$$\Rightarrow 3.6 + 18.9 = (n-1)2.5$$

$$\Rightarrow 22.5 = (n-1)2.5$$

$$\Rightarrow \frac{22.5}{2.5} = n-1$$

$$\Rightarrow 9 = n-1$$

$$\Rightarrow n = 9+1$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 10}$$

(v) हल:-

$$a = 3.5, \quad d = 0, \quad n = 105, \quad a_n = ??$$

$$n\text{वाँ पद} = a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow a_n = 3.5 + (105-1)0$$

$$\Rightarrow a_n = 3.5 + (104)(0)$$

$$\Rightarrow a_n = 3.5 + 0$$

$$\Rightarrow \boxed{a_n = 3.5}$$

प्रश्न.2 सही उत्तर दीजिए:-

(i) AP: 10, 7, 4, का 30वाँ पद है:-

(A) 97 (B) 77 (C) -77 (D) -87

(ii) AP: $-3, -\frac{1}{2}, 2, \dots$ का 11 वाँ पद है:-

(A) 28 (B) 22 (C) -38 (D) $-48\frac{1}{2}$

(i) हल:- AP: 10, 7, 4,

$$a = 10, \quad d = -3, \quad n = 30, \quad a_{30} = ??$$

$$d = a_2 - a_1 = 7 - 10 = -3$$

$$n\text{वाँ पद} = a_n = a + (n-1)d$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow a_{30} &= a + (30-1)d \\ \Rightarrow a_{30} &= 10 + 29(-3) \\ \Rightarrow a_{30} &= 10 - 87 \\ \Rightarrow a_{30} &= -77 \end{aligned}$$

(ii) हल:- AP: $-3, -\frac{1}{2}, 2, \dots$

$$a = -3, \quad d = \frac{5}{2}, \quad n = 11, \quad a_{11} = ??$$

$$d = a_2 - a_1 = -\frac{1}{2} - (-3) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{1} = \frac{-1+6}{2} = \frac{5}{2}$$

$$n^{\text{वाँ}} \text{ पद} = a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow a_{11} = -3 + (11-1)\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow a_{11} = -3 + 10\left(\frac{5}{2}\right)$$

$$\Rightarrow a_{11} = -3 + 25$$

$$\Rightarrow a_{11} = 22$$

प्रश्न-3 निम्नलिखित समान्तर श्रेणियों में, रिक्त स्थानों के पदों को ज्ञात कीजिए:-

(i) $2, \underline{14}, 26$

(ii) $\underline{18}, 13, \underline{8}, 3$

(iii) $5, \underline{\frac{7}{2}}, \underline{2}, 9\frac{1}{2}$

(iv) $-4, \underline{-2}, \underline{0}, \underline{2}, \underline{4}, 6$

(v) $\underline{53}, 38, \underline{23}, \underline{8}, \underline{-7}, -22$

(i) $a = 2, \quad a_3 = 26$

$$n = 3$$

$$a_n = a + (n-1)d \quad \text{--- (1)}$$

$$\Rightarrow 26 = 2 + 2(d)$$

$$\Rightarrow 26 - 2 = 2d$$

$$\Rightarrow 24 = 2d$$

$$\Rightarrow d = \frac{24}{2}$$

$$\Rightarrow d = 12$$

$$n = 2$$

$$a_2 = a + (2-1)d$$

$$\Rightarrow a_2 = 2 + 1(12)$$

$$\Rightarrow a_2 = 2 + 12$$

$$\Rightarrow a_2 = 14$$

$$(ii) a_2 = 13, a_4 = 3$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$n=2,$$

$$\Rightarrow a_2 = a + (2-1)d$$

$$\Rightarrow 13 = a + d \quad \text{--- ①}$$

$$n=4$$

$$\Rightarrow a_4 = a + (4-1)d$$

$$\Rightarrow 3 = a + 3d \quad \text{--- ②}$$

समीकरण ② - समीकरण ① \Rightarrow

$$\begin{array}{r} d + 3d = 3 \\ \underline{a + d = 13} \\ 2d = -10 \end{array}$$

$$\Rightarrow d = -\frac{10}{2} = -5$$

समीकरण ① \Rightarrow

$$\Rightarrow 13 = a - 5$$

$$\Rightarrow 13 + 5 = a$$

$$\Rightarrow a = 18$$

$$\Rightarrow a_3 = a + d$$

$$\Rightarrow a_3 = 18 - 5$$

$$\Rightarrow a_3 = 13$$

$$(iii) a = 5, a_4 = 9\frac{1}{2} = \frac{19}{2}$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$n=4,$$

$$a_4 = a + (4-1)d$$

$$\Rightarrow \frac{19}{2} = 5 + 3d$$

$$\Rightarrow \frac{19}{2} - \frac{5}{1} = 3d$$

$$\Rightarrow \frac{19-10}{2} = 3d$$

$$\Rightarrow \frac{9}{2} = 3d$$

$$\Rightarrow d = \frac{3}{2}$$

$$a_2 = a + d$$

$$= \frac{5}{1} + \frac{3}{2}$$

$$\frac{10+3}{2} = \frac{13}{2}$$

$$a_2 = \frac{13}{2}$$

$$\Rightarrow a_3 = a_2 + d$$

$$\Rightarrow a_3 = \frac{13}{2} + \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow a_3 = \frac{13+3}{2}$$

$$\Rightarrow a_3 = \frac{16}{2}$$

$$\Rightarrow a_3 = 8$$

(iv) $a = -4, a_6 = 6$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$n=6,$$

$$\Rightarrow a_6 = a + (6-1)d$$

$$\Rightarrow 6 = -4 + 5d$$

$$\Rightarrow 6+4 = 5d$$

$$\Rightarrow 10 = 5d$$

$$\Rightarrow \frac{10}{5} = d$$

$$\Rightarrow d = 2$$

$$a_2 = a_1 + d$$

$$= -4 + 2$$

$$\Rightarrow a_2 = -2$$

$$a_3 = a_2 + d = -2 + 2 = 0$$

$$\Rightarrow a_3 = 0$$

$$\Rightarrow a_4 = a_3 + d = 0 + 2 = 2$$

$$a_4 = 2$$

$$\Rightarrow a_5 = a_4 + d = 2 + 2 = 4$$

$$\Rightarrow a_5 = 4$$

$$(v) \quad a_2 = 38, a_6 = -22$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$n=2$$

$$\Rightarrow a_2 = a + (2-1)d$$

$$\Rightarrow \boxed{38 = a + d} \text{--- ①}$$

$$n=6,$$

$$\Rightarrow a_6 = a + (6-1)d$$

$$\Rightarrow \boxed{-22 = a + 5d} \text{--- ②}$$

समीकरण ② - समीकरण ① \Rightarrow

$$\begin{array}{rcl} a + 5d & = & -22 \\ -a + d & = & -38 \\ \hline 4d & = & -60 \end{array}$$

$$\Rightarrow d = \frac{-60}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{d = -15}$$

समीकरण ① से \rightarrow

$$\Rightarrow 38 = a - 15$$

$$\Rightarrow 38 + 15 = a$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 53}$$

$$\Rightarrow a_3 = a_2 + d = 38 - 15 = 23$$

$$\Rightarrow a_4 = a_3 + d = 23 - 15 = 8$$

$$\Rightarrow a_5 = a_4 + d = 8 - 15 = -7$$

प्रश्न-4 AP : 3, 8, 13, 18 का कौनसा पद 78 है?

हल :-

$$a = 3, \quad d = 5 \quad n = ??, \quad a_n = 78$$

$$d = a_2 - a_1 = 8 - 3 = 5$$

$$n^{\text{वाँ पद}} = a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 78 = 3 + (n-1)5$$

$$\Rightarrow 78 - 3 = (n-1)5$$

$$\Rightarrow 75 = (n-1)5$$

$$\Rightarrow \frac{75}{5} = n-1$$

$$\Rightarrow 15 = n-1$$

$$\Rightarrow 15+1 = n$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 16}$$

प्रश्न-5 निम्नलिखित समान्तर श्रेणियों में प्रत्येक श्रेणी में कितने पद हैं?

(i) $7, 13, 19, \dots, 205$

(ii) $18, 15\frac{1}{2}, 13, \dots, -47$

(i) $\Rightarrow a = 7, \quad d = 6 \quad n = ??, \quad a_n = 205$

$$d = a_2 - a_1 = 13 - 7 = 6$$

$$n^{\text{वाँ पद}} = a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 205 = 7 + (n-1)6$$

$$\Rightarrow 205 - 7 = (n-1)6$$

$$\Rightarrow 198 = (n-1)6$$

$$\Rightarrow \frac{198}{6} = n-1$$

$$\Rightarrow 33 = n-1$$

$$\Rightarrow 33+1 = n$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 34}$$

(ii) \Rightarrow

$$a = 18, \quad d = -\frac{5}{2} \quad n = ??, \quad a_n = -47$$

$$d = a_2 - a_1 = 15\frac{1}{2} - 18 = \frac{31}{2} - \frac{36}{2} = \frac{31-36}{2} = -\frac{5}{2}$$

$$n^{\text{वाँ पद}} = a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow -47 = 18 + (n-1)\left(-\frac{5}{2}\right)$$

$$\Rightarrow -47 - 18 = (n-1)\left(-\frac{5}{2}\right)$$

$$\Rightarrow -65 = (n-1)\left(-\frac{5}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \cancel{-65} = \cancel{-\frac{5}{2}}(n-1)$$

$$\Rightarrow 13 = \frac{1}{2}(n-1)$$

$$\Rightarrow 13 \times 2 = (n-1)$$

$$\Rightarrow 26 = n-1$$

$$\Rightarrow 26+1 = n$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 27}$$

प्रश्न-6 क्या AP, 11, 8, 5, 2, ... का एक पद -150 है? क्यों?

हल:-

$$a = 11, \quad d = -3 \quad n = ??, \quad a_n = 150$$

$$d = a_2 - a_1 = 8 - 11 = -3$$

$$n^{\text{वाँ पद}} = a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow -150 = 11 + (n-1)(-3)$$

$$\Rightarrow -150 - 11 = (n-1)(-3)$$

$$\Rightarrow -161 = (n-1)(-3)$$

$$\Rightarrow \frac{-161}{-3} = n-1$$

$$\Rightarrow 53.66 = n-1$$

$$\Rightarrow n = 53.66 + 1$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 54.66} \quad \text{जो कि प्राकृत संख्या नहीं है।}$$

\Rightarrow अतः -150 इस AP का कोई भी पद नहीं है।

प्रश्न-7 उस AP का 31 वाँ पद ज्ञात कीजिए, जिसका 11 वाँ पद 38 है और 16 वाँ पद 73 है।

हल:- $a_{31} = ??$, $a_{11} = 38$, $a_{16} = 73$

$$n^{\text{वाँ पद}} = a_n = a + (n-1)d$$

$$n=11,$$

$$\Rightarrow a_{11} = a + (11-1)d$$

$$\Rightarrow \boxed{38 = a + 10d} \quad - (1)$$

$$n = 16,$$

$$\Rightarrow a_{16} = a + (16-1)d$$

$$\Rightarrow 73 = a + 15d \quad - (2)$$

समीकरण (2) - समीकरण (1) \Rightarrow

$$a + 15d = 73$$

$$\underline{a + 10d = 38}$$

$$5d = 35$$

$$\Rightarrow d = \frac{35}{5} = 7$$

समीकरण (1) से \rightarrow

$$\Rightarrow 38 = a + 10(7)$$

$$\Rightarrow 38 = a + 70$$

$$\Rightarrow 38 - 70 = a$$

$$\Rightarrow a = -32$$

$$n = 31,$$

$$\Rightarrow a_{31} = a + (31-1)d$$

$$\Rightarrow a_{31} = -32 + (30)7$$

$$\Rightarrow a_{31} = -32 + 210$$

$$\Rightarrow a_{31} = 178$$

प्रश्न-8 एक AP में 50 पद हैं, जिसका तीसरा पद 12 है और अन्तिम पद 106 है। इसका 29वाँ पद ज्ञात कीजिए।

हल:- $a_3 = 12, a_{50} = 106, a_{29} = ??$

$$n\text{वाँ पद} = a_n = a + (n-1)d$$

$$n = 3,$$

$$\Rightarrow a_3 = a_3 = (3-1)d$$

$$\Rightarrow 12 = a + 2d \quad - (1)$$

$$n = 50,$$

$$\Rightarrow a_{50} = a + (50-1)d$$

$$\Rightarrow 106 = a + 49d \quad - (2)$$

समीकरण (2) - समीकरण (1) \Rightarrow

$$\begin{array}{r} a + 49d = 106 \\ a + 2d = 12 \\ \hline 47d = 94 \end{array}$$

$$\Rightarrow d = \frac{94}{47} = 2$$

समीकरण ① से →

$$\begin{aligned} \Rightarrow 12 &= a + 2(2) \\ \Rightarrow 12 &= a + 4 \\ \Rightarrow 12 - 4 &= a \\ \Rightarrow \boxed{a} &= \boxed{8} \end{aligned}$$

$$n = 29,$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow a_{29} &= a + (29-1)d \\ \Rightarrow a_{29} &= 8 + (28)(2) \\ \Rightarrow a_{29} &= 8 + 56 \\ \Rightarrow \boxed{a_{29}} &= \boxed{64} \end{aligned}$$

प्रश्न-9 यदि किसी AP के तीसरे और नौवें पद क्रमशः 4 और -8 हैं, तो इसका कौनसा पद शून्य होगा?

हल:- $a_3 = 4$, $a_9 = -8$, $a_n = ??$

$$n^{\text{वाँ}} \text{ पद} = a_n = a + (n-1)d$$

$$n = 3,$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow a_3 &= a + (3-1)d \\ \Rightarrow 4 &= a + 2d - 0 \end{aligned}$$

$$n = 9,$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow a_9 &= a + (9-1)d \\ \Rightarrow -8 &= a + 8d \end{aligned}$$

समीकरण ② - समीकरण ① →

$$\begin{array}{r} a + 8d = -8 \\ a + 2d = 4 \\ \hline 6d = -12 \end{array}$$

$$\Rightarrow d = \frac{-12}{6} = -2$$

समीकरण ① से →

$$\Rightarrow 4 = a + 2(-2)$$

$$\Rightarrow 4 = a - 4$$

$$\Rightarrow 4 + 4 = a$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 8}$$

$$\Rightarrow a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 0 = 8 + (n-1)(-2)$$

$$\Rightarrow -8 = (n-1)(-2)$$

$$\Rightarrow \frac{-8}{-2} = n-1$$

$$\Rightarrow 4 = n-1$$

$$\Rightarrow 4+1 = n$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 5}$$

प्रश्न-10 किसी AP का 17वाँ पद उसके 10वें पद से 7 अधिक है। इसका सार्वजनिक ज्ञात करो।

हल:- $a_{17} = a_{10} + 7$ — ①
 $d = ??$

$$n\text{वाँ पद} = a_n = a + (n-1)d$$

समीकरण ① से →

$$\Rightarrow a + (17-1)d = a + (10-1)d + 7$$

$$\Rightarrow 16d = 9d + 7$$

$$\Rightarrow 7d = 7$$

$$\Rightarrow d = \frac{7}{7}$$

$$\Rightarrow \boxed{d = 1}$$

प्रश्न-11 AP: 3, 15, 27, 39, ... का कौनसा पद उसके 54वें पद से 132 अधिक होगा?

हल:- $a = 3, d = 15 - 3 = 12$

$$a_n = a_{54} + 132, \quad n = ??$$

$$a + (n-1)d = a + (54-1)d + 132$$

$$(n-1)12 = (53)(12) + 132$$

$$\Rightarrow (n-1) = \frac{(53)(12) + 132}{12}$$

$$\Rightarrow n-1 = \frac{(53)(12)}{12} + \frac{132}{12}$$

$$\Rightarrow n-1 = 53 + 11$$

$$\Rightarrow n-1 = 64$$

$$\Rightarrow n = 64 + 1$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 65}$$

प्रश्न-12 दो समान्तर श्रेणियों का सार्वअन्तर समान है। यदि इनके 100 वें पदों का अन्तर 100 है तो इनके 1000 पदों का अन्तर कितना होगा ?

हल:-

माना दोनों समान्तर श्रेणियों का सार्वअन्तर d है।

$$\Rightarrow a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow a_{100} = a + (100-1)d$$

$$\Rightarrow \boxed{a_{100} = a + 99d} \text{ --- ①}$$

$$\Rightarrow \boxed{(a_{100})_1 = a + 99d} \text{ --- ②}$$

$$\Rightarrow \boxed{(a_{100})_2 = A + 99d} \text{ --- ③}$$

$$\Rightarrow (a_{100})_1 - (a_{100})_2 = 100$$

$$\Rightarrow (a + 99d) - (A + 99d) = 100$$

$$\Rightarrow a + 99d - A - 99d = 100$$

$$\Rightarrow \boxed{a - A = 100} \text{ --- ④}$$

$$\Rightarrow a_{1000} = a + (1000-1)d$$

$$\Rightarrow a_{1000} = a + 999d$$

$$\Rightarrow (a_{1000})_1 - (a_{1000})_2 = (a + 999d) - (A + 999d)$$

$$\Rightarrow a + 999d - A - 999d$$

$$\Rightarrow \boxed{a - A = 100}$$

प्रश्न-13 तीन अंको वाली कितनी संख्याएँ 7 से विभाज्य हैं ?

हल:-

100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108,, 999

105, 112, 119, 994

$$a = 105, d = 112 - 105 = 7$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 994 = 105 + (n-1)7$$

$$\Rightarrow 994 - 105 = (n-1)7$$

$$\Rightarrow 889 = (n-1)7$$

$$\Rightarrow \frac{889}{7} = n-1$$

$$\Rightarrow 127 = n-1$$

$$\Rightarrow 127 + 1 = n$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 128}$$

प्रश्न-14 10 और 250 के बीच में 4 के कितने गुणज हैं?

हल :- 11, 12, 13, 14, 15, 16, - - - - - , 249
12, 16, 20, 24, - - - - - , 248

$$a = 12, d = 16 - 12 = 4, a_n = 248, n = ??$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 248 = 12 + (n-1)4$$

$$\Rightarrow 248 - 12 = (n-1)4$$

$$\Rightarrow 236 = (n-1)4$$

$$\Rightarrow \frac{236}{4} = n-1$$

$$\Rightarrow 59 = n-1$$

$$\Rightarrow 59 + 1 = n$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 60}$$

प्रश्न-15 n के किस मान के लिए, दोनों समान्तर श्रेणियों 63, 65, 67, और 3, 10, 17, ..
..... के n वें पद बराबर होंगे।

हल :-

$$63, 65, 67, \dots\dots\dots$$

$$a = 63, d = 65 - 63 = 2$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow a_n = 63 + (n-1)2$$

$$\Rightarrow a_n = 63 + 2n - 2$$

$$\boxed{a_n = 61 + 2n} \text{ --- ①}$$

$$3, 10, 17, \dots\dots\dots$$

$$a = 3, d = 10 - 3 = 7$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow a_n &= a + (n-1)d \\ \Rightarrow a_n &= 3 + (n-1)7 \\ \Rightarrow a_n &= 3 + 7n - 7 \\ \Rightarrow a_n &= 7n - 4 \quad \text{--- (2)}\end{aligned}$$

दिया है,

$$\begin{aligned}\Rightarrow 61 + 2n &= 7n - 4 \\ \Rightarrow 61 + 4 &= 7n - 2n \\ \Rightarrow 65 &= 5n \\ \Rightarrow n &= \frac{65}{5} \\ \Rightarrow n &= 13\end{aligned}$$

प्रश्न-16 वह AP ज्ञात कीजिए जिसका तीसरा पद 16 है और 7वाँ पद 5वें पद से 12 अधिक है।
हल →

$$\begin{aligned}a_3 &= 16 \\ a_7 &= a_5 + 12\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a_n &= a + (n-1)d \\ \Rightarrow a + (7-1)d &= a + (5-1)d + 12 \\ \Rightarrow 6d &= 4d + 12 \\ \Rightarrow 6d - 4d &= 12 \\ \Rightarrow 2d &= 12 \\ \Rightarrow d &= \frac{12}{2} \\ \Rightarrow d &= 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow a + (3-1)d &= 16 \\ \Rightarrow a + 2d &= 16 \\ \Rightarrow a + 2(6) &= 16 \\ \Rightarrow a + 12 &= 16 \\ \Rightarrow a &= 16 - 12 \\ a &= 4\end{aligned}$$

AP: 4, 10, 16,

प्रश्न-17 AP: 3, 8, 13,, 253 अन्तिम पद से 20 वाँ पद ज्ञात करो।

हल:- 253,, 13, 8, 3

$$n=20, \quad a = 253, \quad d = 3-8 = -5$$

$$n\text{वाँ पद} = a_n = a + (n-1)d$$

$$a_{20} = 253 + (20-1)(-5)$$

$$a_{20} = 253 + 19(-5)$$

$$a_{20} = 253 - 95$$

$$a_{20} = 158$$

प्रश्न-18 किसी AP के चौथे और आठवें पदों का योग 24 है तथा छठे और 10वें पदों का योग 44 है। इस AP के प्रथम तीन पद ज्ञात कीजिए।

हल:-

$$a_4 + a_8 = 24$$

$$n\text{वाँ पद} = a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow a + (4-1)d + a + (8-1)d = 24$$

$$\Rightarrow d + 3d + d + 7d = 24$$

$$\Rightarrow 2d + 10d = 24$$

$$\Rightarrow 2(d + 5d) = 24$$

$$\Rightarrow d + 5d = \frac{24}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{d + 5d = 12} \quad \text{--- ①}$$

$$a_6 + a_{10} = 44$$

$$n\text{वाँ पद} = a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow a + (6-1)d + a + (10-1)d = 44$$

$$\Rightarrow a + 5d + a + 9d = 44$$

$$\Rightarrow 2a + 14d = 44$$

$$\Rightarrow 2(a + 7d) = 44$$

$$\Rightarrow a + 7d = \frac{44}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{a + 7d = 22} \quad \text{--- ②}$$

समीकरण ② - समीकरण ① \Rightarrow

$$a + 7d = 22$$

$$\underline{a + 5d = 12}$$

$$2d = 10$$

$$d = \frac{10}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{d = 5}$$

समीकरण ① से \rightarrow

$$\Rightarrow a + 5(5) = 12$$

$$\Rightarrow a + 25 = 12$$

$$\Rightarrow a = 12 - 25$$

$$\Rightarrow a = -13$$

$$\Rightarrow a_1 = -13$$

$$\Rightarrow a_2 = a_1 + d = -13 + 5 = -8$$

$$\Rightarrow a_3 = a_2 + d = -8 + 5 = -3$$

प्रश्न-19 सुब्बा राव ने 1995 में 5000 रुपये के वार्षिक वेतन पर कार्य आरम्भ किया और प्रत्येक वर्ष 200 रुपये की वेतन वृद्धि प्राप्त की। किस वर्ष में उनका वेतन 7000 रुपये हो गया।

हल:- 5000, 5200, 5400, 5600, - , 7000

$$a = 5000, d = 5200 - 5000 = 200$$

$$a_n = 7000, n = ??$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 7000 = 5000 + (n-1)200$$

$$\Rightarrow 7000 - 5000 = (n-1)200$$

$$\Rightarrow 2000 = (n-1)200$$

$$\Rightarrow \frac{2000}{200} = n-1$$

$$\Rightarrow 10 = n-1$$

$$\Rightarrow 10+1 = n$$

$$\Rightarrow n = 11$$

प्रश्न-20 रामकली ने किसी वर्ष के प्रथम सप्ताह में 5 रुपये की बचत की और फिर अपनी साप्ताहिक बचत 1.75 रुपये बढ़ाती गई। यदि n वें सप्ताह में उसकी साप्ताहिक बचत 20.75 रुपये हो जाती है, तो n ज्ञात कीजिए।

हल:- 5, 6.75, 8.5, , 20.75

$$a = 5, d = 1.75, a_n = 20.75, n = ??$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 20.75 = 5 + (n-1)(1.75)$$

$$\Rightarrow 20.75 - 5 = (n-1)(1.75)$$

$$\Rightarrow 15.75 = (n-1)(1.75)$$

$$\Rightarrow \frac{15.75}{1.75} = n-1$$

$$\Rightarrow 9 = n-1$$

$$\Rightarrow 9+1 = n$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 10}$$

उदाहरण-11 A.P. 8, 3, -2 के प्रथम 22 पदों का योग ज्ञात कीजिए।

हल:-

$$a = 8$$

$$d = 3 - 8 = -5$$

$$n = 22$$

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]}$$

$$\Rightarrow S_{22} = \frac{22}{2} [2(8) + (22-1)(-5)]$$

$$= 11 [16 + 21(-5)]$$

$$= 11 (16 - 105)$$

$$= 11 \times (-89)$$

$$= \boxed{-979}$$

उदाहरण-12 यदि किसी A.P. के प्रथम 14 पदों का योग 1050 है तथा इसका प्रथम पद 10 है तो 20 पद ज्ञात कीजिए।

हल:-

$$S_{14} = 1050$$

$$a = 10$$

$$a_{20} = ??$$

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]}$$

$$\Rightarrow S_{14} = \frac{14}{2} [2(10) + (14-1)d]$$

$$\Rightarrow 1050 = 7 [20 + 13d]$$

$$\Rightarrow \frac{1050}{7} = 20 + 13d$$

$$\Rightarrow 150 = 20 + 13d$$

$$\Rightarrow 150 - 20 = 13d$$

$$\Rightarrow 130 = 13d$$

$$\Rightarrow d = \frac{130}{13}$$

$$\Rightarrow \boxed{d = 10}$$

$$\Rightarrow \boxed{a_n = a + (n-1)d}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow a_{20} &= 10 + (20-1)10 \\ &= 10 + (19)10 \\ &= 10 + 190\end{aligned}$$

$$\Rightarrow a_{20} = \boxed{200}$$

उदाहरण-13 A.P. 24, 21, 18, के कितने पद के लिए जाएँ, ताकि उनका योग 78 हो ?

हल:-

$$S_n = 78$$

$$n = ??$$

$$a = 24$$

$$d = 21 - 24 = -3$$

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]}$$

$$\Rightarrow 78 = \frac{n}{2} [2(24) + (n-1)(-3)]$$

$$\Rightarrow 78 \times 2 = n(48 - 3n + 3)$$

$$\Rightarrow 156 = n(48 - 3n + 3)$$

$$\Rightarrow 156 = n(51 - 3n)$$

$$\Rightarrow 156 = 3n(17 - n)$$

$$\Rightarrow 52 = 17n - n^2$$

$$\Rightarrow 52 - 17n + n^2 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 - 17n + 52 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 - 13n - 4n + 52 = 0$$

$$\Rightarrow n(n-13) - 4(n-13) = 0$$

$$\Rightarrow (n-13)(n-4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l|l} n-13=0 & n-4=0 \\ \hline \boxed{n=13} & \boxed{n=4} \end{array}$$

उदाहरण 14 निम्नलिखित का योग ज्ञात कीजिए:

(i) प्रथम 1000 धन पूर्णांक

(ii) प्रथम n धन पूर्णांक

हल:- (i) $1, 2, 3, 4, \dots, 1000$

$$a = 1, \quad d = 1, \\ n = 1000, \quad a_n = 1000$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a + a_n)$$

$$= \frac{1000}{2} (1 + 1000)$$

$$= 500(1001)$$

$$= \boxed{500500}$$

(ii) $1, 2, 3, \dots, n$

$$a = 1, \quad d = 1, \quad a_n = n$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a + a_n)$$

$$S_n = \frac{n}{2} (1 + n)$$

उदाहरण 15 संख्याओं की उस सूची के प्रथम 24 पदों का योग ज्ञात कीजिए, जिसका n वाँ पद $a_n = 3 + 2n$ से दिया जाता है।

हल:-

$$a_n = 3 + 2n$$

$$n=1, \quad a_1 = 3 + 2(1) = 5$$

$$n=2, \quad a_2 = 3 + 2(2) = 7$$

$$\text{सार्वअन्तर } d = a_2 - a_1 \\ = 7 - 5 = 2$$

$$S_{24} = ??$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow S_{24} &= \frac{24}{2} [2(5) + (24-1)2] \\ &= 12 [10 + 23(2)] \\ &= 12 (10 + 46) \\ &= 12(56) \\ &= \boxed{672}\end{aligned}$$

उदाहरण-16 टी.वी. सेटों का निर्माता तीसरे वर्ष में 600 टी.वी. तथा 7 वें वर्ष में 700 टी.वी. सेटों का उत्पादन करता है। यह मानते हुए कि प्रत्येक वर्ष उत्पादन में एक समान रूप से एक निश्चित संख्या में वृद्धि होती है, जात कीजिए:

- (i) प्रथम वर्ष में उत्पादन
- (ii) प्रथम 7 वर्षों में कुल उत्पादन
- (iii) 10 वें वर्ष में उत्पादन

हल:-

- (i) $a_3 = 600$
 $a_7 = 700$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$n=3, a_3 = a + (3-1)d$$

$$\Rightarrow \boxed{600 = a + 2d} \quad \text{--- ①}$$

$$n=7, a_7 = a + (7-1)d$$

$$= \boxed{700 = a + 6d} \quad \text{--- ②}$$

समीकरण ② - समीकरण ① \rightarrow

$$a + 6d = 700$$

$$\underline{a + 2d = 600}$$

$$4d = 100$$

$$d = \frac{100}{4} \Rightarrow \boxed{d = 25}$$

$$\text{eq ①} \rightarrow a + 2d = 600$$

$$\Rightarrow a + 2(25) = 600$$

$$\Rightarrow a + 50 = 600$$

$$\Rightarrow a = 600 - 50$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 550}$$

(ii)

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$S_7 = \frac{7}{2} [2(550) + (7-1)25]$$

$$= \frac{7}{2} (1100 + 150)$$

$$\frac{7}{2} (1250)$$

$$\Rightarrow \boxed{S_7 = 4375}$$

(iii)

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow a_{10} = 550 + (10-1)25$$

$$= 550 + 9(25)$$

$$= 550 + 225$$

$$\Rightarrow \boxed{a_{10} = 775}$$

प्रश्नावली 5.3

प्रश्न-1 निम्नलिखित समान्तर श्रेणियों का योग ज्ञात कीजिए:

(i) 2, 7, 12,, 10 पदों तक

हल:-

$$a = 2, \quad d = 7 - 2 = 5$$
$$n = 10$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2} [2(2) + (10-1)5]$$

$$\Rightarrow 5(4 + 45)$$

$$= 5(49)$$

$$\Rightarrow S_{10} = 245$$

(ii) -37, 33, -29, 12 पदों तक

हल:-

$$a = -37, \quad d = (-33) - (-37)$$
$$= -33 + 37$$

$$d = 4$$

$$n = 12$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$= \frac{12}{2} [2(-37) + (12-1)4]$$

$$= 6(-74 + 44)$$

$$= 6(-30)$$

$$S_{12} = -180$$

(iii) 0.6, 1.7, 2.8, 100 पदों तक

हल:- 0.6, 1.7, 2.8,

$$a = 0.6, \quad d = 1.7 - 0.6$$

$$d = 1.1$$

$$n = 100.$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$= \frac{100}{2} [2(0.6) + (100-1)1.1]$$

$$= 50 [1.2 + 108.9]$$

$$= 50(110.1)$$

$$S_{100} = 5505$$

(iv) $\frac{1}{15}, \frac{1}{12}, \frac{1}{10}, \dots, 11$ पदों तक

$$a = \frac{1}{15} \quad d = \frac{1}{12} - \frac{1}{15}$$
$$= \frac{5-4}{60}$$

$$d = \frac{1}{60}$$

$$n = 11$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$= \frac{11}{2} \left[2\left(\frac{1}{15}\right) + (11-1)\frac{1}{60} \right]$$

$$= \frac{11}{2} \left(\frac{2}{15} + \frac{10}{60} \right)$$

$$= \frac{11}{2} \left(\frac{2}{15} + \frac{1}{6} \right)$$

$$= \frac{11}{2} \left(\frac{4+5}{30} \right)$$

$$= \frac{11 \times 9}{2 \times 30}$$

$$S_{11} = 1.65$$

प्रश्न 2. नीचे दिए हुए योगफलों को ज्ञात कीजिए:

(i) $7 + 10\frac{1}{2} + 14 + \dots + 84$

$$a = 7, \quad d = 10\frac{1}{2} - 7$$

$$= \frac{21}{2} - 7$$

$$= 10.5 - 7$$

$$= 3.5$$

माना $a_n = 84$

$$\Rightarrow a + (n-1)d = 84$$

$$\Rightarrow 7 + (n-1)3.5 = 84$$

$$\Rightarrow (n-1)3.5 = 84 - 7$$

$$\Rightarrow (n-1)3.5 = 77$$

$$\Rightarrow n-1 = \frac{77}{3.5}$$

$$\Rightarrow n-1 = 22$$

$$\Rightarrow n = 22 + 1$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 23}$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a + a_n)$$

$$= \frac{23}{2} (7 + 84)$$

$$= \frac{23}{2} \times 91$$

$$\Rightarrow \boxed{S_{23} = 1046.5}$$

(ii) $34 + 32 + 30 + \dots + 10$

$$a = 34, \quad d = 32 - 34$$

$$d = -2$$

माना $a_n = 10$

$$\Rightarrow a + (n-1)d = 10$$

$$\Rightarrow 34 + (n-1)(-2) = 10$$

$$\Rightarrow (n-1)(-2) = 10 - 34$$

$$\Rightarrow (n-1)(-2) = -24$$

$$\Rightarrow n-1 = \frac{-24}{-2}$$

$$\Rightarrow n-1 = 12$$

$$\Rightarrow n = 12 + 1$$

$$\Rightarrow n = 13$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a + a_n)$$

$$= \frac{13}{2} (34 + 10)$$

$$= \frac{13}{2} \times 44$$

$$\Rightarrow S_{13} = 286$$

(iii) $-5 + (-8) + (-11) + \dots + (-230)$

$$a = -5, \quad d = (-8) - (-5)$$

$$= -8 + 5$$

$$d = -3$$

माना $a_n = -230$

$$\Rightarrow a + (n-1)d = -230$$

$$\Rightarrow -5 + (n-1)(-3) = -230$$

$$\Rightarrow (n-1)(-3) = -230 + 5$$

$$\Rightarrow (n-1)(-3) = -225$$

$$\Rightarrow n-1 = \frac{-225}{-3}$$

$$\Rightarrow n-1 = 75$$

$$\Rightarrow n = 75+1$$

$$\Rightarrow n = 76$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a + a_n)$$

$$= \frac{76}{2} (-5 - 230)$$

$$= 38 \times (-235)$$

$$\Rightarrow S_{76} = -8930$$

प्रश्न-3. एक A.P. में,

(i) $a = 5$, $d = 3$ और $a_n = 50$ दिया है। n और S_n ज्ञात कीजिए।

हल :-

$$a_n = 50$$

$$\Rightarrow a + (n-1)d = 50$$

$$\Rightarrow 5 + (n-1)(3) = 50$$

$$\Rightarrow (n-1)(3) = 50 - 5$$

$$\Rightarrow (n-1)(3) = 45$$

$$\Rightarrow n-1 = \frac{45}{3}$$

$$\Rightarrow n-1 = 15$$

$$\Rightarrow n = 15 + 1$$

$$\Rightarrow n = 16$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a + a_n)$$

$$= \frac{16}{2} (5 + 50)$$

$$= \frac{16}{2} \times 55$$

$$\Rightarrow S = 440$$

(ii) $a = 7$ और $a_{13} = 35$ दिया है। d और S_{13} ज्ञात कीजिए।

हल:-

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow a_{13} = 7 + (13-1)d$$

$$\Rightarrow 35 = 7 + 12d$$

$$\Rightarrow 35 - 7 = 12d$$

$$\Rightarrow 28 = 12d$$

$$\Rightarrow d = \frac{28}{12}$$

$$\Rightarrow d = \frac{7}{3}$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a + a_n)$$

$$\Rightarrow S_{13} = \frac{13}{2} (a + a_{13})$$

$$\Rightarrow S_{13} = \frac{13}{2} \times (7 + 35)$$

$$\Rightarrow S_{13} = \frac{13}{2} \times 42$$

$$\Rightarrow S_{13} = 273$$

(iii) $a_{12} = 37$ और $d = 3$ दिया है। a और S_{12} ज्ञात कीजिए।

हल:-

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow a_{12} = a + (12-1)3$$

$$\Rightarrow 37 = a + 33$$

$$\Rightarrow a = 37 - 33$$

$$\Rightarrow a = 4$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a + a_n)$$

$$\Rightarrow S_{12} = \frac{12}{2} (a + a_{12})$$

$$\Rightarrow S_{12} = \frac{12}{2} \times (4 + 37)$$

$$\Rightarrow S_{12} = \frac{12}{2} \times 41$$

$$\Rightarrow S_{12} = 6 \times 41$$

$$\Rightarrow \boxed{S_{12} = 246}$$

(iv) $a_{13} = 15$ और $S_{10} = 125$ दिया है। d और a_{10} ज्ञात कीजिए।

हल:-

$$\boxed{a_n = a + (n-1)d}$$

$$\Rightarrow a_3 = a + (3-1)d$$

$$\Rightarrow \boxed{15 = a + 2d} \quad - (1)$$

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]}$$

$$\Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2} [2a + (10-1)d]$$

$$\Rightarrow 125 = 5(2a + 9d)$$

$$\Rightarrow \boxed{25 = 2a + 9d} \quad - (2)$$

समीकरण (1) $\times 2$ - समीकरण (2) \Rightarrow

$$\begin{array}{r} 2a + 4d = 30 \\ \underline{2a + 9d = 25} \\ -5d = 5 \end{array}$$

$$\Rightarrow d = \frac{5}{-5} = -1$$

समीकरण (1) \rightarrow

$$\Rightarrow 15 = a + 2(-1)$$

$$\Rightarrow 15 = a - 2$$

$$\Rightarrow 15 + 2 = a$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 17}$$

$$a_{10} = a + (10-1)d$$

$$a_{10} = 17 + 9(-1)$$

$$a_{10} = 17 - 9$$

$$a_{10} = 8$$

(v) $d = 5$ और $S_9 = 75$ दिया है। a और a_9 ज्ञात कीजिए।

हल:-

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_9 = \frac{9}{2} [2a + (9-1)5]$$

$$\Rightarrow 75 = \frac{9}{2} (2a + 40)$$

$$\Rightarrow 150 = 9(2a + 40)$$

$$\Rightarrow 150 = 18a + 360$$

$$\Rightarrow 150 - 360 = 18a$$

$$\Rightarrow -210 = 18a$$

$$\Rightarrow a = \frac{-210}{18} \Rightarrow a = -\frac{35}{3}$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow a_9 = a + (9-1)d$$

$$= -\frac{35}{3} + 8(5)$$

$$= -\frac{35}{3} + \frac{40}{1}$$

$$= \frac{-35 + 120}{3}$$

$$\Rightarrow a_9 = \frac{85}{3}$$

(vi) $a=2, d=8$ और $S_n=90$ दिया है। n और a_n ज्ञात कीजिए।

हल:-

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_n = 90$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] = 90$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} [2(2) + (n-1)8] = 90$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} [4 + (n-1)8] = 90$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} (4 + 8n - 8) = 90$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} (8n - 4) = 90$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} \times 4 (2n - 1) = 90$$

$$\Rightarrow n(2n-1) = 45$$

$$\Rightarrow 2n^2 - n = 45$$

$$\Rightarrow 2n^2 - n - 45 = 0$$

$$\Rightarrow 2n^2 - 10n + 9n - 45 = 0$$

$$\Rightarrow 2n(n-5) + 9(n-5) = 0$$

$$\Rightarrow (n-5)(2n+9) = 0$$

$$n-5=0 \quad 2n+9=0$$

$$\Rightarrow \boxed{n=5}$$

$$2n = -9$$

$$\Rightarrow \boxed{n = -\frac{9}{2}} \rightarrow \text{नकारण्य मनाने पर}$$

(vii) $a=8, a_n=62$ और $S_n=210$ दिया है। n और d ज्ञात कीजिए।

हल:-

$$S_n = \frac{n}{2} (a + a_n)$$

$$\Rightarrow 210 = \frac{n}{2} (8 + 62)$$

$$\Rightarrow 210 = \frac{n}{2} \times (70)$$

$$\Rightarrow 210 = n(35)$$

$$\Rightarrow \frac{210}{35} = n$$

$$\Rightarrow \boxed{n=6}$$

$$\Rightarrow a_n = 62$$

$$\Rightarrow a + (n-1)d = 62$$

$$\Rightarrow 8 + (6-1)d = 62$$

$$\Rightarrow 5d = 62 - 8$$

$$\Rightarrow 5d = 54$$

$$\Rightarrow \boxed{d = \frac{54}{5}}$$

(viii) $a_n = 4, d=2$ और $S_n = -14$ दिया है। n और a ज्ञात कीजिए।
हल:-

$$\Rightarrow a_n = 4$$

$$\Rightarrow a + (n-1)d = 4$$

$$\Rightarrow a + (n-1)2 = 4$$

$$\Rightarrow a + 2n - 2 = 4$$

$$\Rightarrow a + 2n = 4 + 2$$

$$\Rightarrow a + 2n = 6$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 6 - 2n} \rightarrow \textcircled{0}$$

$$\Rightarrow S_n = -14$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} (a + a_n) = -14$$

$$\Rightarrow n(a + 4) = -28$$

$$\Rightarrow n(6 - 2n + 4) = -28 \quad [\text{समीकरण } \textcircled{0} \text{ से}]$$

$$\Rightarrow n(10 - 2n) = -28$$

$$\Rightarrow 2n(5 - n) = -28$$

$$\Rightarrow 5n - n^2 = -14$$

$$\Rightarrow 0 = -14 - 5n + n^2$$

$$\Rightarrow \boxed{n^2 - 5n - 14 = 0}$$

$$\Rightarrow n^2 - 7n + 2n - 14 = 0$$

$$\Rightarrow n(n-7) + 2(n-7) = 0$$

$$\Rightarrow (n-7)(n+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} n-7=0 & \Rightarrow n+2=0 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \boxed{n=7} \quad \Rightarrow \boxed{n=-2} \quad \text{not possible}$$

(ix) $a=3, n=8$ और $S=192$ दिया है। d ज्ञात कीजिए।

हल:-

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]}$$

$$\Rightarrow S_8 = \frac{8}{2} [2(3) + (8-1)d]$$

$$\Rightarrow 192 = 4(6 + 7d)$$

$$\Rightarrow \frac{192}{4} = 6 + 7d$$

$$\Rightarrow 48 = 6 + 7d$$

$$\Rightarrow 48 - 6 = 7d$$

$$\Rightarrow 42 = 7d$$

$$\Rightarrow d = \frac{42}{7}$$

$$\Rightarrow \boxed{d=6}$$

(X) $L=28, S=144$ और कुल 9 पद हैं। a ज्ञात कीजिए।

हल:-

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2} (a + a_n)}$$

$$\Rightarrow S_9 = \frac{9}{2} (a + a_9)$$

$$\Rightarrow 144 = \frac{9}{2} (a + 28)$$

$$\Rightarrow 288 = 9(a + 28)$$

$$\Rightarrow \frac{288}{9} = a + 28$$

$$\Rightarrow 32 = a + 28$$

$$\Rightarrow a = 32 - 28$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 4}$$

प्रश्न-4 योग प्राप्त करने के लिए AP 9, 17, 25, के कितने पद लेने चाहिए?
9, 17, 25,

$$a = 9, d = 17 - 9 = 8$$

$$S_n = 636, n = ??$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] = 636$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} [2(9) + (n-1)8] = 636$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} (18 + 8n - 8) = 636$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} (10 + 8n) = 636$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} \times 2(5 + 4n) = 636$$

$$\Rightarrow 5n + 4n^2 = 636$$

$$\Rightarrow 4n^2 + 5n - 636 = 0$$

$$\boxed{n = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

$$a = 4, b = 5, c = -636$$

$$\Rightarrow \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4(4)(-636)}}{2(4)}$$

$$\Rightarrow \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 10176}}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{-5 \pm \sqrt{10201}}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{-5 \pm 101}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{-5+101}{8} \Rightarrow \frac{-5-101}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{96}{8} = 12 = n \Rightarrow \frac{-106}{8}$$

प्रश्न-5 किसी A.P. का प्रथम पद 5, अन्तिम पद 45 और योग 400 है। पदों की संख्या और सार्व अन्तर ज्ञात कीजिए।

हल:- $a=5, a_n=45, S_n=400$

$$n=??, d=??$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a + a_n)$$

$$\Rightarrow 400 = \frac{n}{2} (5 + 45)$$

$$\Rightarrow 400 = \frac{n}{2} (50)$$

$$\Rightarrow 400 = 25n$$

$$\Rightarrow n = \frac{400}{25}$$

$$\Rightarrow n = 16$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 45 = 5 + (16-1)d$$

$$\Rightarrow 45 - 5 = 15d$$

$$\Rightarrow 40 = 15d$$

$$\Rightarrow d = \frac{40}{15}$$

$$\Rightarrow d = \frac{8}{3}$$

प्रश्न-6 किसी A.P. के प्रथम और अन्तिम पद क्रमशः 17 और 350 हैं। यदि सार्वअन्तर 9 है, तो इसमें कितने पद हैं और इनका योग क्या है?

हल:- $a=17, a_n=350, d=9$
 $n=??, S_n=??$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 350 = 17 + (n-1)9$$

$$\Rightarrow 350 = 17 + 9n - 9$$

$$\Rightarrow 350 = 17 + 9n - 9$$

$$\Rightarrow 350 = 8 + 9n$$

$$\Rightarrow 350 - 8 = 9n$$

$$\Rightarrow 342 = 9n$$

$$\Rightarrow n = \frac{342}{9}$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 38}$$

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2} (a + a_n)}$$

$$\Rightarrow S_{38} = \frac{38}{2} (17 + 350)$$

$$\Rightarrow S_{38} = (19)(367)$$

$$\Rightarrow \boxed{S_{38} = 6973}$$

प्रश्न-7 उस A.P. के प्रथम 22 पदों का योग ज्ञात कीजिए, जिसमें $d=7$ है और 22 वाँ पद 149 है।

हल:- $S_{22} = ??$, $d=7$, $a_{22}=149$

$$\boxed{a_n = a + (n-1)d}$$

$$n=22$$

$$\Rightarrow a_{22} = a + (22-1)d$$

$$\Rightarrow 149 = a + (21)(7)$$

$$\Rightarrow 149 = a + 147$$

$$\Rightarrow a = 149 - 147$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 2}$$

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2} [a + a_n]}$$

$$\Rightarrow S_{22} = \frac{22}{2} (2 + a_{22})$$

$$= 11 (2 + 149)$$

$$= 11 (151)$$

$$\Rightarrow \boxed{S_{22} = 1661}$$

प्रश्न-8 उस A.P. के प्रथम 51 पदों का योग ज्ञात कीजिए, जिसके दूसरे और तीसरे पद क्रमशः 14 और 18 हैं।

हल:- $a_2 = 14, a_3 = 18, S_{51} = ??$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$n=2,$$

$$\Rightarrow a_2 = a + (2-1)d$$

$$\Rightarrow \boxed{14 = a + d} \quad \text{--- (1)}$$

$$n=3, a_3 = a + (3-1)d$$

$$\Rightarrow \boxed{18 = a + 2d} \quad \text{--- (2)}$$

समीकरण (2) - समीकरण (1) \Rightarrow

$$\begin{array}{rcl} a + 2d & = & 18 \\ -a + d & = & -14 \\ \hline d & = & 4 \end{array}$$

$$\text{समीकरण (1) } \rightarrow d + d = 14$$

$$\Rightarrow a + 4 = 14$$

$$\Rightarrow a = 14 - 4$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 10}$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_{51} = \frac{51}{2} [2a + (51-1)d]$$

$$= \frac{51}{2} [20 + 50(4)]$$

$$= \frac{51}{2} [20 + 200]$$

$$= \frac{51}{2} (220)$$

$$= 51 \times 110$$

$$\Rightarrow \boxed{S_{51} = 5610}$$

प्रश्न-9. यदि किसी A.P. के प्रथम 7 पदों का योग 49 है और प्रथम 17 पदों का योग 289 है, तो उसके प्रथम n पदों का योग ज्ञात कीजिए।

हल:- $S_7 = 49$, $S_{17} = 289$, $S_n = ??$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$n=7, \quad S_7 = \frac{7}{2} [2a + (7-1)d]$$

$$\Rightarrow 49 = \frac{7}{2} (2a + 6d)$$

$$7 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (a + 3d)$$

$$\boxed{7 = a + 3d} \quad \text{--- (1)}$$

$$n=17, \quad \Rightarrow S_{17} = \frac{17}{2} [2a + (17-1)d]$$

$$\Rightarrow 289 = \frac{17}{2} (2a + 16d)$$

$$\Rightarrow 17 = \frac{1}{2} \cdot 2 (a + 8d)$$

$$\Rightarrow \boxed{17 = a + 8d} \quad \text{--- (2)}$$

समीकरण (2) - समीकरण (1) \rightarrow

$$\begin{array}{r} a + 8d = 17 \\ -a + 3d = -7 \\ \hline 5d = 10 \end{array}$$

$$\Rightarrow d = \frac{10}{5}$$

$$\Rightarrow \boxed{d = 2}$$

समीकरण \rightarrow (1)

$$\Rightarrow a + 3d = 7$$

$$\Rightarrow a + 3(2) = 7$$

$$\Rightarrow a + 6 = 7$$

$$\Rightarrow a = 7 - 6$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 1}$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$= \frac{n}{2} [2(1) + (n-1)2]$$

$$= \frac{n}{2} (2 + 2n - 2)$$

$$= \frac{n}{2} (2n)$$

$$\Rightarrow S_n = n^2$$

प्रश्न-10 दर्शाइए कि $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ से एक A.P. बनती है, यदि a_n नीचे दिए अनुसार परिभाषित है:

(i) $a_n = 3 + 4n$

(ii) $a_n = 9 - 5n$

साथ ही, प्रत्येक स्थिति में प्रथम 15 पदों का योग ज्ञात कीजिए।

हल:-

(i) $a_n = 3 + 4n$

$$n=1, a_1 = 3 + 4(1) = 7$$

$$n=2, a_2 = 3 + 4(2) = 11$$

$$n=3, a_3 = 3 + 4(3) = 15$$

$$a_2 - a_1 = 11 - 7 = 4$$

$$a_3 - a_2 = 15 - 11 = 4$$

$$d = 4 \text{ यह एक AP है।}$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$n=15, S_{15} = \frac{15}{2} [2(7) + (15-1)4]$$

$$= \frac{15}{2} (14 + 56)$$

$$= \frac{15}{2} (70)$$

$$= 525$$

$$(ii) a_n = 9 - 5n$$

$$n=1, a_1 = 9 - 5(1) = 4$$

$$n=2, a_2 = 9 - 5(2) = -1$$

$$n=3, a_3 = 9 - 5(3) = -6$$

$$\Rightarrow a_2 - a_1 = -1 - 4 = -5$$

$$\Rightarrow a_3 - a_2 = -6 - (-1)$$

$$\Rightarrow a_3 - a_2 = -5$$

$$\Rightarrow \boxed{d = -5}$$

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]}$$

$$S_{15} = \frac{15}{2} [2(4) + (15-1)(-5)]$$

$$= \frac{15}{2} [8 + 14(-5)]$$

$$= \frac{15}{2} (8 - 70)$$

$$= \frac{15}{2} (-62)$$

$$\Rightarrow \boxed{S_{15} = -465}$$

प्रश्न-॥ यदि किसी A.P. के प्रथम n पदों का योग $4n - n^2$ है, तो इसका प्रथम पद क्या है? प्रथम दो पदों का योग क्या है? दूसरा पद क्या है? इसी प्रकार, तीसरे, 10वें और n वें पद ज्ञात कीजिए।

हल:-

$$S_n = 4n - n^2,$$

$$a = ?, S_2 = ?, a_2 = ?$$

$$a_3 = ?, a_{10} = ?, a_n = ?$$

$$n=1, S_1 = 4(1) - (1)^2$$

$$\boxed{S_1 = 3} \text{ अतः } \boxed{a = 3}$$

$$n=2, S_2 = 4(2) - (2)^2$$

$$= 8 - 4$$

$$\boxed{S_2 = 4}$$

$$\Rightarrow a_1 + a_2 = 4$$

$$\Rightarrow 3 + a_2 = 4$$

$$\Rightarrow a_2 = 4 - 3$$

$$\Rightarrow \boxed{a_2 = 1}$$

$$\Rightarrow d = a_2 - a_1$$

$$= 1 - 3$$

$$\Rightarrow \boxed{d = -2}$$

$$\boxed{a_n = a + (n-1)d}$$

$$= 3 + (n-1)(-2)$$

$$= 3 + 2n - 2$$

$$= \boxed{5 - 2n}$$

$$n = 3, \quad a_3 = 5 - 2(3)$$

$$\boxed{a_3 = -1}$$

$$n = 10, \quad a_{10} = 5 - 2(10)$$

$$= 5 - 20$$

$$\boxed{a_{10} = -15}$$

प्रश्न-12 ऐसे प्रथम 40 धन पूर्णांको का योग ज्ञात कीजिए जो 6 से विभाज्य हैं।

हल:-

$$6 + 12 + 18 + 24 + \dots \dots \dots 40 \text{ पद}$$

$$\boxed{d=6}, \quad d = 12 - 6 = 6, \quad \boxed{n=40}$$

$$\boxed{d = 6}$$

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]}$$

$$S_{40} = \frac{40}{2} [2(6) + (40-1)6]$$

$$= 20 [12 + (39)6]$$

$$= 20 (246)$$

$$\boxed{S_{40} = 4920}$$

प्रश्न-13 8 के प्रथम 15 गुणजों का योग ज्ञात कीजिए।

हल:- $8 + 16 + 24 + 32 + \dots + 15$ पद

$$a=8, \quad d=16-8=8, \quad n=15$$

$$d=8$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$= \frac{15}{2} [2(8) + (15-1)8]$$

$$= \frac{15}{2} [16 + 14(8)]$$

$$= \frac{15}{2} \times 128$$

$$S_{15} = 960$$

प्रश्न-14 0 और 50 के बीच की विषम संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए।

हल:- $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 49$

$$a=1, \quad d=3-1=2,$$

$$d=2$$

$$a_n = 49$$

$$\Rightarrow a + (n-1)d = 49$$

$$\Rightarrow 1 + (n-1)2 = 49$$

$$\Rightarrow 1 + 2n - 2 = 49$$

$$\Rightarrow 2n - 1 = 49$$

$$\Rightarrow 2n = 50$$

$$\Rightarrow n = 25$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a + a_n)$$

$$= \frac{25}{2} (1 + 49)$$

$$= \frac{25}{2} (50)$$

$$\Rightarrow S_{25} = 625$$

15. निर्माण कार्य से संबंधित किसी ठेके में, एक निश्चित तिथि के बाद कार्य को विलंब से पूरा करने के लिए, जुर्माना लगाने का प्रावधान इस प्रकार है : पहले दिन के लिए ₹ 200, दूसरे दिन के लिए ₹ 250, तीसरे दिन के लिए ₹ 300 इत्यादि, अर्थात् प्रत्येक उत्तरोत्तर दिन का जुर्माना अपने से ठीक पहले दिन के जुर्माने से ₹ 50 अधिक है। एक ठेकेदार को जुर्माने के रूप में कितनी राशि अदा करनी पड़ेगी, यदि वह इस कार्य में 30 दिन का विलंब कर देता है?

हल :- $200 + 250 + 300 + 350 + \dots \dots \dots 30$ पद

$$a=200, \quad d=250-200, \quad n=30$$

$$d=50$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$S_{30} = \frac{30}{2} [2(200) + (30-1)50]$$

$$= 15 [400 + 29(50)]$$

$$= 15 [400 + 1450]$$

$$= 15 (1850)$$

$$S_{30} = 27750 \text{ रुपये}$$

16. किसी स्कूल के विद्यार्थियों को उनके समग्र शैक्षिक प्रदर्शन के लिए 7 नकद पुरस्कार देने के लिए ₹ 700 की राशि रखी गई है। यदि प्रत्येक पुरस्कार अपने से ठीक पहले पुरस्कार से ₹ 20 कम है, तो प्रत्येक पुरस्कार का मान ज्ञात कीजिए।

हल :- $a + (a-20) + (a-40) + \dots \dots \dots 7$ पद = 700 रुपये

$$\Rightarrow d = (a-20) - a \quad \Rightarrow n=7$$

$$= a - 20 - a$$

$$\Rightarrow d = -20$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_7 = \frac{7}{2} [2a + (7-1)(-20)]$$

$$\Rightarrow 700 = \frac{7}{2} [2a + 6(-20)]$$

$$\Rightarrow 700 \times \frac{2}{7} = (2a - 120)$$

$$\Rightarrow 200 = 2a - 120$$

$$\Rightarrow 200 + 120 = 2a$$

$$\Rightarrow 320 = 2a$$

$$\Rightarrow a = \frac{320}{2}$$

$$\Rightarrow a = 160 \text{ रुपये}$$

$$160, 140, 120, 100, 80, 60, 40$$

17. एक स्कूल के विद्यार्थियों ने वायु प्रदूषण कम करने के लिए स्कूल के अंदर और बाहर पेड़ लगाने के बारे में सोचा। यह निर्णय लिया गया कि प्रत्येक कक्षा का प्रत्येक अनुभाग अपनी कक्षा की संख्या के बराबर पेड़ लगाएगा। उदाहरणार्थ, कक्षा I का एक अनुभाग 1 पेड़ लगाएगा, कक्षा II का एक अनुभाग 2 पेड़ लगाएगा, कक्षा III का एक अनुभाग 3 पेड़ लगाएगा, इत्यादि और ऐसा कक्षा XII तक के लिए चलता रहेगा। प्रत्येक कक्षा के तीन अनुभाग हैं। इस स्कूल के विद्यार्थियों द्वारा लगाए गए कुल पेड़ों की संख्या कितनी होगी?

हल:- $S_n = 3(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12)$

$$= 3 \left[\frac{n}{2} (a + a_n) \right]$$

$$= 3 \times \frac{12}{2} (1 + 12)$$

$$= 3 \times 6 \times 13$$

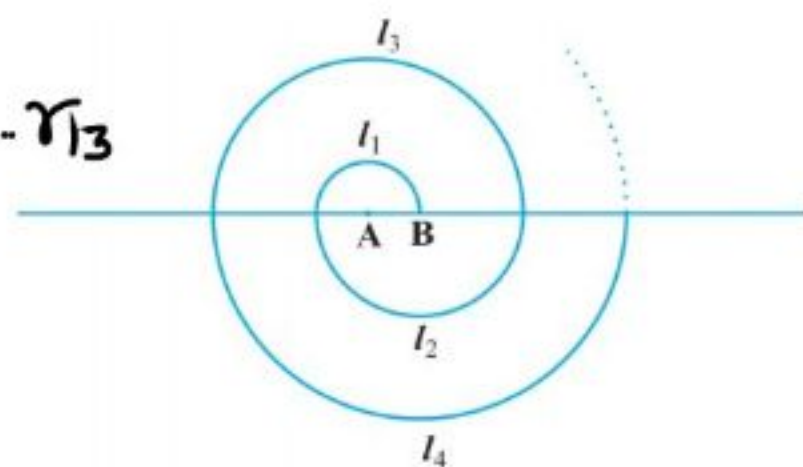
$$= 3 \times 78$$

$$= 234 \text{ पेड़}$$

18. केंद्र A से प्रारंभ करते हुए, बारी-बारी से केंद्रों A और B को लेते हुए, त्रिज्याओं 0.5 cm, 1.0 cm, 1.5 cm, 2.0 cm, वाले उत्तरोत्तर अर्धवृत्तों को खींचकर एक सर्पिल (spiral) बनाया गया है, जैसाकि आकृति 5.4 में दर्शाया गया है। तेरह क्रमागत अर्धवृत्तों से बने इस सर्पिल की कुल

लंबाई क्या है? ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए।)

हल:- माना तेरह अर्धवृत्त की त्रिज्याएँ क्रमशः $r_1, r_2, r_3, \dots, r_{13}$
सर्पिल की कुल लम्बाई



$$= \pi r_1 + \pi r_2 + \pi r_3 + \pi r_4 + \dots + \pi r_{13}$$

$$= \pi (r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + \dots + r_{13})$$

$$= \pi (0.5 + 1 + 1.5 + \dots)$$

$$= \pi \times \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

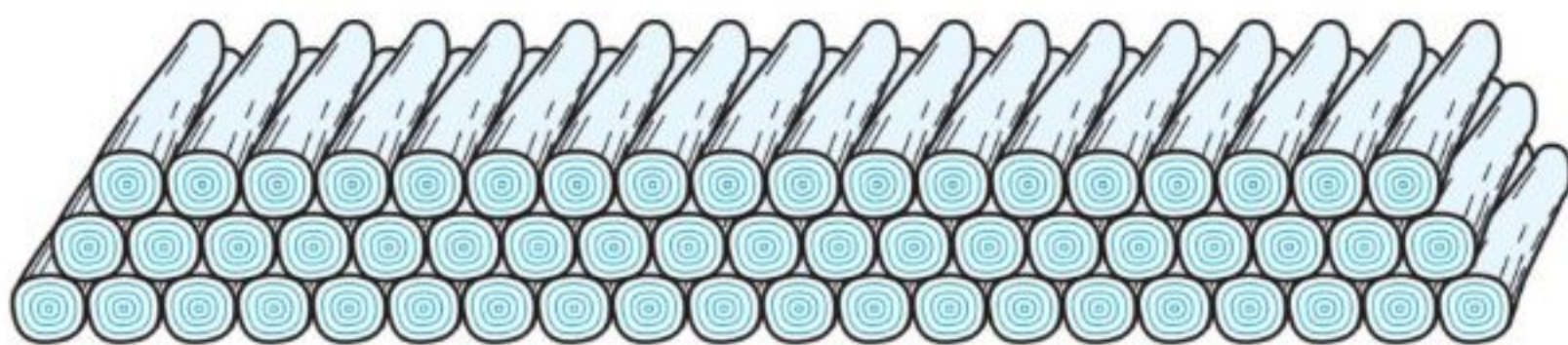
$$= \frac{22}{7} \times \frac{13}{2} \times [2(0.5) + (13-1)(0.5)]$$

$$= \frac{11}{7} \times 13 \times 7$$

$$= \boxed{143 \text{ cm}}$$

$$\text{अर्धवृत्त की परिधि} = \frac{2\pi r}{2} = \pi r$$

19. 200 लट्ठों (logs) को ढेरी के रूप में इस प्रकार रखा जाता है : सबसे नीचे वाली पंक्ति में 20 लट्ठे, उससे अगली पंक्ति में 19 लट्ठे, उससे अगली पंक्ति में 18 लट्ठे, इत्यादि (देखिए आकृति 5.5)। ये 200 लट्ठे कितनी पंक्तियों में रखे गए हैं तथा सबसे ऊपरी पंक्ति में कितने लट्ठे हैं?



हल:- $20 + 19 + 18 + 17 + \dots + n^{\text{पद}} = 200$

$$\Rightarrow a = 20, \Rightarrow d = 19 - 20 = -1$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow 200 = \frac{n}{2} [2(20) + (n-1)(-1)]$$

$$\Rightarrow 400 = n(40 - n + 1)$$

$$\Rightarrow 400 = n(41 - n)$$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow 400 = 41n - n^2 \\
&\Rightarrow 400 - 41n + n^2 = 0 \\
&\Rightarrow n^2 - 41n + 400 = 0 \\
&\Rightarrow n^2 - 25n - 16n + 400 = 0 \\
&\Rightarrow n(n-25) - 16(n-25) = 0 \\
&\Rightarrow (n-25)(n-16) = 0 \\
&\Rightarrow n-25 = 0, \Rightarrow n-16 = 0 \\
&\Rightarrow \boxed{n = 25} \quad \Rightarrow \boxed{n = 16}
\end{aligned}$$

Case I

$$n = 25, a = 20, d = -1$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow a_{25} &= 20 + (25-1)(-1) \\
&= 20 + 24(-1) \\
&= 20 - 24 \\
\Rightarrow \boxed{a_{25} = -4 \text{ लट्ठे}}
\end{aligned}$$

↳ असंभव

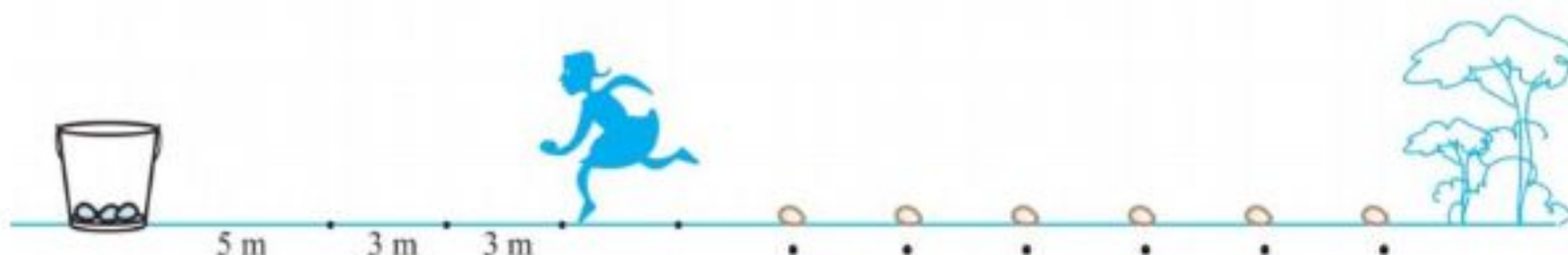
Case II

$$\Rightarrow n = 16, a = 20, d = -1$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow a_{16} &= 20 + (16-1)(-1) \\
&= 20 + (15)(-1) \\
\Rightarrow \boxed{a_{16} = 5}
\end{aligned}$$

20. एक आलू दौड़ (potato race) में, प्रारंभिक स्थान पर एक बाल्टी रखी हुई है, जो पहले आलू से 5m की दूरी पर है, तथा अन्य आलुओं को एक सीधी रेखा में परस्पर 3m की दूरियों पर रखा गया है। इस रेखा पर 10 आलू रखे गए हैं (देखिए आकृति 5.6)।



आकृति 5.6

प्रत्येक प्रतियोगी बाल्टी से चलना प्रारंभ करती है, निकटतम आलू को उठाती है, उसे लेकर वापस आकर दौड़कर बाल्टी में डालती है, दूसरा आलू उठाने के लिए वापस दौड़ती है, उसे उठाकर वापस बाल्टी में डालती है, और वह ऐसा तब तक करती रहती है, जब तक सभी आलू बाल्टी में न आ जाएँ। इसमें प्रतियोगी को कुल कितनी दूरी दौड़नी पड़ेगी?

४३:-

$$\Rightarrow 10 + 16 + 22 + \dots \dots 10 \text{ पद}$$
$$\Rightarrow a = 10, d = 16 - 10 = 6, \Rightarrow n = 10$$
$$\Rightarrow d = 6$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2} [2(10) + (10-1)6]$$

$$= \frac{10}{2} (20 + 54)$$

$$= \frac{10}{2} (74)$$

$$\Rightarrow S_{10} = 370 \text{ m}$$
